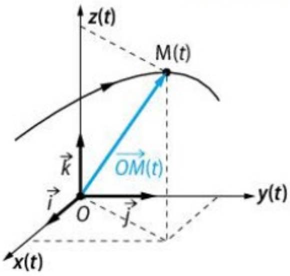
1 Les vecteurs du mouvement

Représentation du vecteur position

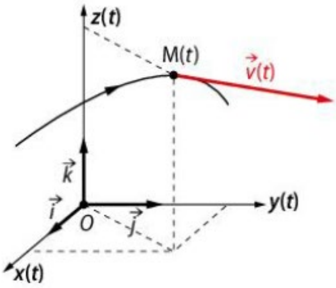


$$\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$

Construction du vecteur vitesse

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

Sa direction est tangente à la trajectoire
Son sens est celui du mouvement
Sa norme s'exprime en $m \cdot s^{-1}$

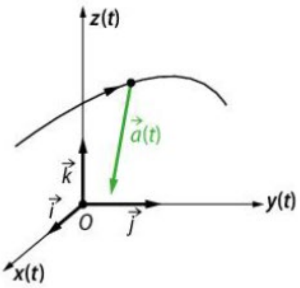


$$\vec{v} = \begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \end{pmatrix}$$

Variation du vecteur vitesse : le vecteur accélération

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

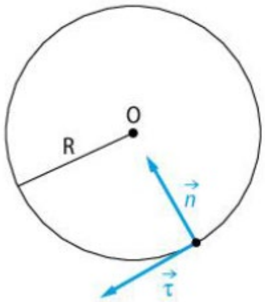
La norme du vecteur accélération s'exprime en $m \cdot s^{-2}$.



$$\vec{a} = \begin{pmatrix} \frac{dv_x}{dt} \\ \frac{dv_y}{dt} \\ \frac{dv_z}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d^2x}{dt^2} \\ \frac{d^2y}{dt^2} \\ \frac{d^2z}{dt^2} \end{pmatrix}$$

2 Le repère de Frenet

Décomposition des vecteurs vitesse et accélération



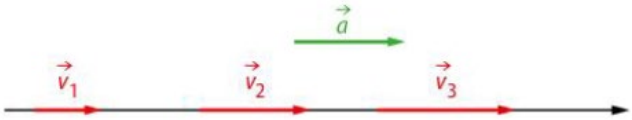
$$\vec{v} = v\vec{\tau} = \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + \frac{v^2}{R}\vec{n} = \begin{pmatrix} \frac{dv}{dt} \\ \frac{v^2}{R} \end{pmatrix}$$

3 Les vecteurs du mouvement

Mouvements rectilignes : représentations

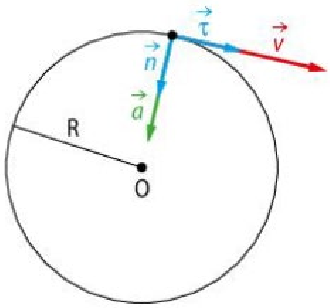
rectiligne uniforme



rectiligne uniformément accéléré

rectiligne uniformément ralenti

Mouvements circulaires uniformes : représentation et coordonnées des vecteurs vitesse et accélération



$$\vec{v} = v\vec{\tau} = \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v^2}{R} \end{pmatrix}$$

d'où $a = \frac{v^2}{R}$

QCM-1-

1 Les vecteurs du mouvement

	A	B	C
1 La relation entre vecteur position $\overrightarrow{OM}$ et vecteur vitesse $\vec{v}$ est :	$\vec{v} = k \cdot \overrightarrow{OM}$ avec k constant.	$\overrightarrow{OM} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$.	$\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$.
2 La relation entre vecteur vitesse $\vec{v}$ et vecteur accélération $\vec{a}$ est :	$\vec{a} = k \cdot \vec{v}$ avec k constant.	$\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$.	$\vec{v} = \dfrac{d\vec{a}}{dt}$.
3 Lors d'un mouvement :	le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire.	le vecteur accélération est colinéaire au vecteur vitesse.	l'accélération s'exprime en $m \cdot s^{-2}$.

2 Repère de Frenet

	A	B	C
4 Les vecteurs $\vec{\tau}$ et $\vec{n}$ de la base du repère de Frenet :	gardent des directions constantes au cours du temps.	sont liés aux points de la trajectoire.	sont colinéaires aux vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ de la base du repère cartésien.
5 Les expressions générales des vecteurs vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$ dans la base du repère de Frenet sont :	$\vec{v} = v\vec{\tau}$ $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{\tau} + \dfrac{\vec{v}^2}{R}\vec{n}$	$\vec{v} = v\vec{\tau}$ $\vec{a} = \dfrac{\vec{v}^2}{R}\vec{n}$	$\vec{v} = v\vec{\tau}$ $\vec{a} = \dfrac{dv}{dt}\vec{\tau} + \dfrac{\vec{v}^2}{R}\vec{n}$

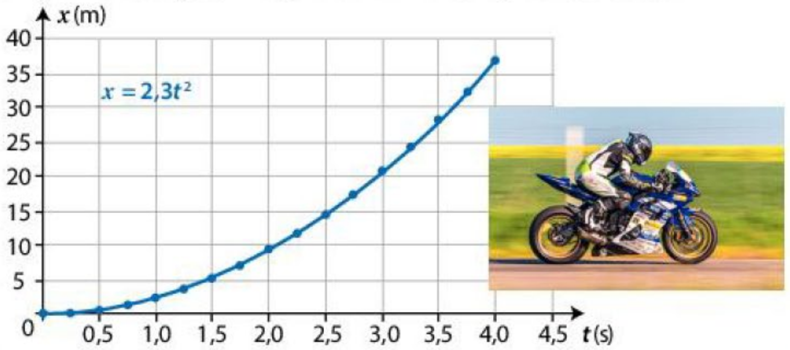
3 Mouvements particuliers

	A	B	C
6 Pour un mouvement rectiligne :	les vecteurs vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$ sont colinéaires.	le vecteur $\vec{a}$ est nul.	on ne connais pas, *a priori*, les directions des vecteur vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$.
7 Pour un mouvement circulaire :	les vecteurs vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$ sont colinéaires.	le vecteur $\vec{a}$ est forcément nul.	les vecteurs vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$ sont non colinéaires.
8 Pour un mouvement uniforme :	le vecteur accélération $\vec{a}$ est nul.	le vecteur $\vec{v}$ est constant.	la norme du vecteur $\vec{v}$ est constante.
9 Si les vecteurs vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$ sont colinéaires et de même sens, le mouvement sera :	rectiligne uniforme.	rectiligne accéléré.	rectiligne ralenti.

QCM-2-

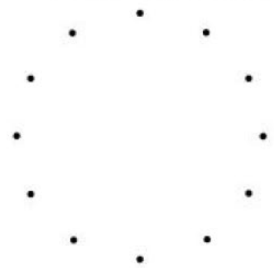
A

Un motard effectue un essai sur une piste rectiligne. M est un point du système {moto et motard} d'abscisse x.



B

On a représenté les positions à intervalles de temps réguliers d'un point P pris sur le plateau horizontal d'un manège en mouvement de rotation autour d'un axe vertical.



Pour chaque question, indiquer la (ou les) bonne(s) réponse(s)	A	B	C

1 Les vecteurs position, vitesse et accélération

1. Dans la situation A, la distance parcourue par la moto 3 s après le départ est :	$d = 20{,}7$ m	$d = 6{,}9$ m	$d = 10{,}4$ m
2. Dans la situation A, la vitesse de la moto est donnée par la relation :	$v(t) = 2{,}3t$	$v(t) = 4{,}6t$	$v(t) = 4{,}6t + 2{,}3$
3. Dans la situation B, le vecteur vitesse $\vec{v}$ du point P :	est un vecteur constant.	a une valeur constante.	varie au cours du temps.
4. D'après la situation B, le vecteur accélération $\vec{a}$ du point P :	est dirigé vers le centre de la trajectoire.	a une valeur égale à $\frac{dv}{dt}$.	a une valeur égale à $\frac{v^2}{R}$, avec R le rayon du cercle.

2 Des exemples de mouvements

5. Dans la situation A, le mouvement du point M du système est :	rectiligne uniforme.	rectiligne uniformément accéléré.	curviligne accéléré.
6. Dans la situation B, le mouvement du point P du système est circulaire :	uniforme.	uniformément accéléré.	uniformément retardé.

3 La deuxième loi de Newton

À resoudre dans le prochain Chapitre (05).

7. Le centre de masse G d'un système :	est un point quelconque choisi d'un système.	est le seul point de ce système où peut toujours s'appliquer le principe d'inertie.	a en général un mouvement plus simple que les autres points du système.
8. La deuxième loi de Newton est donnée par la relation :	$\Sigma\vec{F} = m\frac{d\vec{v}_G}{dt}$	$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}_G$	$\Sigma F = m \times a_G$
9. Dans la situation B, la somme des forces appliquées au point P est :	colinéaire et de même sens que le vecteur accélération.	perpendiculaire et de même sens que le vecteur accélération.	dirigée vers le centre de la trajectoire.

Exo01-Série03-Chapitre 04-Description d'un mouvement

Lancer vertical

La position d'un objet lancé depuis l'altitude h à la vitesse v_0 est donnée par l'expression :

$$\overrightarrow{OM} = \left(-\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + h\right)\vec{k}$$

($\vec{k}$ est vertical, vers le haut et $g = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)

1. a. Donner l'expression de la vitesse de cet objet au cours du temps.
b. Montrer que le vecteur vitesse change de sens à un moment donné que l'on exprimera en fonction de v_0 et g.

2. Exprimer le vecteur accélération de cet objet et l'identifier à partir de ses caractéristiques.

Exo02

Saut d'un tremplin en vélo

Un cycliste s'élance sur un tremplin de 2,0 m de haut. Arrivé en haut, sa vitesse lui permet de faire un saut. Les expressions des coordonnées du centre de masse du système {vélo + cycliste} durant ce saut ont été modélisées par des équations mathématiques. :

$$\begin{cases} x(t) = 3{,}39 \times t \\ y(t) = -4{,}9 \times t^2 + 5{,}87 \times t + 2{,}0 \end{cases}$$

Les coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ sont exprimées en mètre, à condition que t soit en seconde.

1. a. Déterminer les composantes du vecteur vitesse au cours du temps.
b. En déduire la valeur de la vitesse à $t = 1{,}0$ s.

2. a. Déterminer les composantes du vecteur accélération au cours du temps.
b. Quelles remarques peut-on faire pour ce vecteur ?
c. Calculer la valeur de l'accélération au cours du mouvement.

Exo03

Le looping

Un looping est une figure de pilotage aérien que l'on assimilera à une trajectoire circulaire.

1. Rappeler les expression générales des composantes du vecteur accélération dans le repère de Frenet.

2. Les expressions en un point de la trajectoire des vecteurs vitesse et accélération dans ce repère sont, à un instant donné :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 40{,}0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{a} = \begin{pmatrix} -6{,}50 \\ 106{,}0 \end{pmatrix} \text{ (en unité SI).}$$

a. Comment évolue la vitesse à l'instant considéré ?
b. Quel est le rayon de la trajectoire ?

Exo04

Un tour de manège

Un manège de 16,0 m de diamètre, animé d'un mouvement circulaire uniforme autour d'un axe vertical, fait un tour complet en 2,40 s.

1. Faire un schéma de la situation, vu de dessus. Représenter sur le schéma les vecteurs vitesse et accélération dans le repère de Frenet.

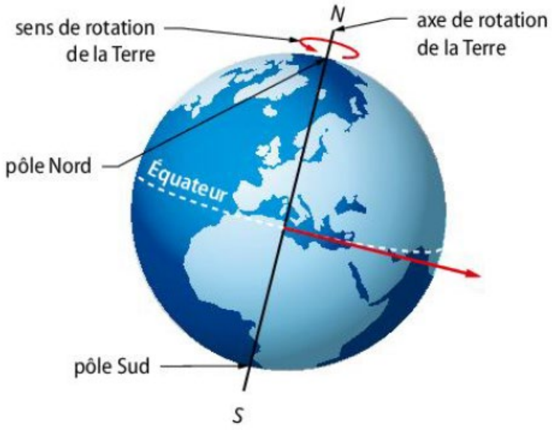
2. a. Calculer la vitesse pour un point se trouvant à la périphérie du manège.
b. Déterminer les composantes de ces vecteurs dans la base du repère de Frenet.

3. Mêmes questions pour un point se trouvant à 4 m de l'axe de rotation.

Exo05

Accélération à l'équateur

Le rayon de la Terre est $R = 6{,}4 \cdot 10^3$ km.



1. On étudie le mouvement d'un point se trouvant à la surface de la Terre, au niveau de l'équateur, dans un référentiel dont l'origine est le centre de la Terre et dont les axes sont orientés vers des étoiles lointaines (référentiel géocentrique)

a. Quel est le type de mouvement de ce point ?

b. Calculer le périmètre de la Terre au niveau de l'équateur. En déduire la vitesse de ce point.

c. Rappeler le lien entre vitesse et accélération pour ce type de mouvement. Décrire le vecteur accélération pour ce point.

2. L'accélération de la pesanteur terrestre vaut $g = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$. Comparer le vecteur accélération de la pesanteur à celui décrit à la question précédente. S'agit-il de la même accélération ? Proposer une explication.

Exo06

Saut au-dessus du canal de Corinthe

En avril 2010, le pilote de moto Robbie MADDISON a pris son élan pour franchir le canal de Corinthe.

Le mouvement du centre de masse G du système {R. MADDISON et sa moto} est étudié dans un référentiel terrestre supposé galiléen. À l'instant $t = 0$ s, il se trouve à l'origine du repère et quitte le tremplin. Son vecteur vitesse $\vec{v}_0$ fait un angle $\alpha = 33°$ avec l'axe horizontal et a pour valeur 125 km · h^{-1}.

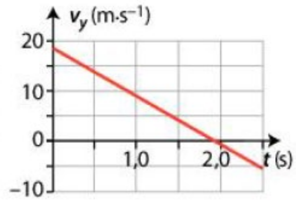
1. a. Utiliser la chronophotographie ci-dessous pour montrer que le mouvement suivant l'axe (Ox) est uniforme.

b. Montrer que si le poids est la seule force qui s'applique sur le système, le vecteur accélération est vertical.

c. Vérifier que les réponses aux deux questions précédentes sont cohérentes entre elles.

2. a. En utilisant l'allure de la courbe ci-contre, justifier que le mouvement suivant l'axe vertical est uniformément varié.

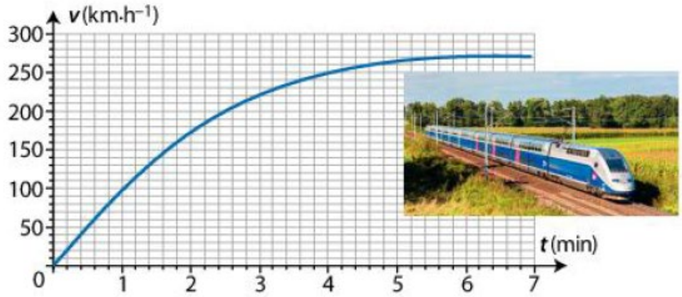
b. Quelle position particulière de la trajectoire est occupée par G à la date pour laquelle $v_y = 0$? Quelle est alors la valeur de la vitesse ?



Exo07

Accélération d'un TGV

L'étude du mouvement du centre de masse G d'une rame de TGV se déplaçant en ligne droite donne les résultats suivants :



1. Expliquer comment déterminer graphiquement la valeur a_G de l'accélération.

2. Comment la valeur de l'accélération évolue-t-elle au cours du temps ?

3. Caractériser le vecteur accélération à $t = 2$ min, instant de la photographie.

Exo08

Dans les premières secondes du décollage d'une fusée, la trajectoire de la fusée est une droite verticale et sa vitesse (dirigée selon l'axe (Oy), c'est-à-dire selon le vecteur unitaire $\vec{j}$) est décrite par la relation :

$$v(t) = v_y(t) = 20{,}8t$$

où t est exprimé en s et la vitesse en $m \cdot s^{-1}$.

a Calculer la norme de la vitesse aux instants $t = 0$ s et $t = 3{,}0$ s.

b Déterminer l'expression du vecteur accélération $\vec{a}(t)$.

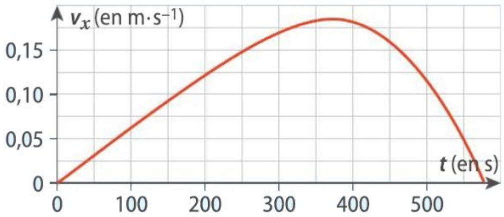
c Caractériser le mouvement de la fusée.

Exo09

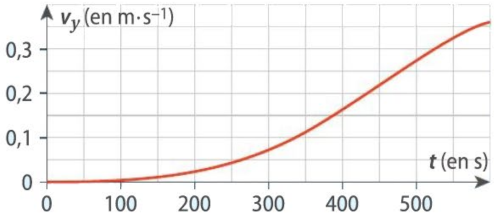
Sur la grande roue

On enregistre le mouvement d'une cabine du *London Eye*, grande roue de Londres, modélisée par un point sur une rotation complète, à partir de sa position de départ (tout en bas).

Les courbes donnant l'évolution des coordonnées de la vitesse sont reproduites ci-contre



On considère la cabine à l'instant $t_1 = 450$ s.



a Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}(t_1)$ à cet instant, ainsi que sa norme.

b Déterminer les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}(t_1)$ à cet instant, ainsi que sa norme.

Le *London Eye*, sur les bords de la Tamise, à Londres.